

Číselná teorie ladění

Václav Piskač, Brno 2010

Pythagorejské ladění

Lidské ucho může vnímat dvojici tónů jako příjemnou (harmonickou) nebo nepříjemnou (disharmonickou). Vše závisí na frekvencích tónů.

Dva tóny jsou pro nás harmonické, pokud jsou jejich frekvence v poměru malých celých čísel. Základ tvoří 8 poměrů (viz rámeček).

Oktáva má zvláštní vlastnost - melodii zahrnou o oktávu výš vnímáme jako stejnou.

prima	1:1
sekunda	9:8
tercie	5:4
kvarta	4:3
kvinta	3:2
sexta	5:3
septima	15:8
oktáva	2:1

Pythagorejské ladění

Toto ladění (tzv. tvrdé) má velkou nevýhodu - pokud naladíte klavír do jedné tóniny (např. C-dur), bude v ostatních tóninách rozladěný.

Jako příklad může posloužit C-dur začínající od 1000Hz. V ní má tón D pozici sekundy a proto má frekvenci $9/8 * 1000 \text{ Hz} = 1125 \text{ Hz}$. Na další stránce je srovnání této stupnice C-dur se stupnicí D-dur začínající právě od 1125 Hz.

Pythagorejské ladění

Jak ukazují tabulky, některé tóny mají v obou stupnicích stejnou frekvenci (D,G,H), jiné se ale výrazně liší (E,A).

Znamená to, že klavír naladěný do C-dur bude pro D-dur rozladěný.

Proto se zavádějí jiné typy ladění.

C	...	1000 Hz
D	...	1125 Hz
E	...	1250 Hz
F	...	1333 Hz
G	...	1500 Hz
A	...	1667 Hz
H	...	1875 Hz
C	...	2000 Hz

D	...	1125 Hz
E	...	1266 Hz
Fis	...	1406 Hz
G	...	1500 Hz
A	...	1688 Hz
H	...	1875 Hz
Cis	...	2109 Hz
D	...	2250 Hz

Středotónové ladění

Středotónové ladění (měkké) vychází z toho, že každý dva sousední půltóny mají stejný poměr frekvencí ... k .

V oktávě je 12 půltónů, proto musí být $k^{12} = 2$.

Z toho plyne, že $k = \sqrt[12]{2} = 1,05946 \dots$

Takto naladěný klavír je sice rozladěný ve všech tóninách, ale všude stejně ...

	Pyth. ladění	Střed. ladění
C	1000 Hz	1000 Hz
D	1125 Hz	1122 Hz
E	1250 Hz	1260 Hz
F	1333 Hz	1335 Hz
G	1500 Hz	1498 Hz
A	1667 Hz	1682 Hz
H	1875 Hz	1888 Hz
C	2000 Hz	2000 Hz